# Aljabar Linear Elementer
# MA1223
# 3 SKS

## Silabus :

Bab I Matriks dan Operasinya
Bab II Determinan Matriks
Bab III Sistem Persamaan Linear
Bab IV Vektor di Bidang dan di Ruang
Bab V Ruang Vektor
Bab VI Ruang Hasil Kali Dalam
Bab VII Transformasi Linear
Bab VIII Ruang Eigen

# Sistem Persamaan Linear (SPL)

**Sub Pokok Bahasan**

- Pendahuluan
- Solusi SPL dengan OBE
- Solusi SPL dengan Invers matriks dan Aturan Crammer
- SPL Homogen

**Beberapa Aplikasi Sistem Persamaan Linear**

- Rangkaian listrik
- Jaringan Komputer
- Model Ekonomi
- dan lain-lain.

# 1. Pendahuluan

**Persamaan linear** adalah persamaan dimana peubahnya tidak memuat eksponensial, trigonometri (seperti *sin*, *cos*, dll.), perkalian, pembagian dengan peubah lain atau dirinya sendiri.

**Contoh :**

Jika perusahaan A membeli 1 Laptop ($x$) dan 2 PC ($y$) maka ia harus membayar \$ 5000, sedangkan jika membeli 3 Laptop dan 1 PC maka ia harus membayar \$ 10000.

Representasi dari masalah tersebut dalam bentuk SPL

$$x + 2y = 5000$$
$$3x + y = 10000$$

# Bentuk umum sistem persamaan linear

$$
\begin{aligned}
a_{11}\ x_1 + a_{12}\ x_2 + \quad \ldots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
a_{21}\ x_1 + a_{22}\ x_2 + \quad \ldots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots &\quad \vdots \\
a_{m1}\ x_1 + a_{m2}\ x_2 + \ldots + a_{mn}\ x_n &= b_m
\end{aligned}
$$

Dapat ditulis dalam bentuk :

$$
\begin{pmatrix}
a_{11} & a_{11} & \cdots & a_{1n} \\
a_{11} & a_{11} & \cdots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
a_{m1} & a_{m1} & \cdots & a_{mn}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m
\end{pmatrix}
$$

Atau

$$AX = B$$

dimana

- A dinamakan matriks koefisien
- $X$ dinamakan matriks peubah
- $B$ dinamakan matriks konstanta

Contoh :

Perhatikan bahwa SPL

$$x + 2y = 5000$$
$$3x + y = 10000$$

dapat ditulis dalam bentuk perkalian matriks

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5000 \\ 10000 \end{pmatrix}$$

## Solusi SPL

➔ Himpunan bilangan Real dimana jika disubstitusikan pada peubah suatu SPL akan memenuhi nilai kebenaran SPL tersebut.

Perhatikan SPL :

$$x + 2y = 5000$$
$$3x + y = 10000$$

Maka

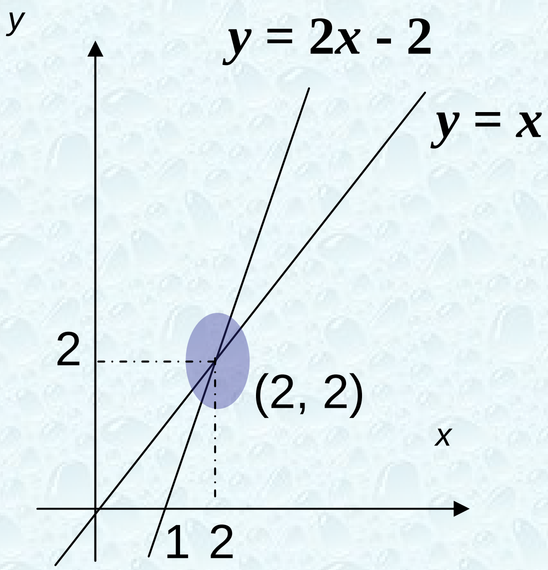
$\{x = 3000,\ y = 1000\}$ merupakan solusi SPL tersebut

$\{x = 1000,\ y = 3000\}$ merupakan bukan solusi SPL itu

Suatu SPL, terkait dengan solusi, mempunyai tiga kemungkinan :

- SPL mempunyai solusi tunggal
- SPL mempunyai solusi tak hingga banyak
- SPL tidak mempunyai solusi

# Ilustrasi Solusi SPL dengan garis pada kartesius




(2, 2) merupakan titik potong dua garis tersebut

Tidak titik potong yang lain selain titik tersebut

Artinya : SPL $2x - y = 2$

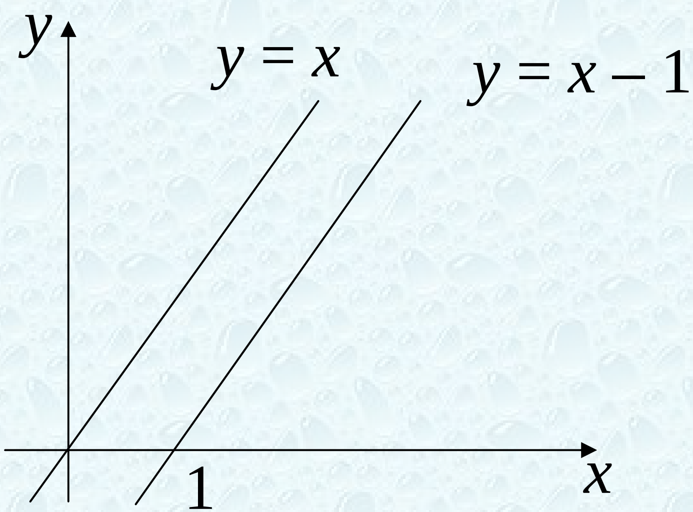
$x - y = 0$

Mempunyai solusi tunggal, yaitu x = 2, y = 2

**Perhatikan SPL**

$$\begin{aligned} x - y &= 0 \\ 2x - 2y &= 2 \end{aligned}$$

Jika digambar dalam kartesius




Terlihat bahwa dua garis tersebut adalah sejajar

Tak akan pernah diperoleh titik potong kedua garis itu

Artinya

SPL diatas TIDAK mempunyai solusi

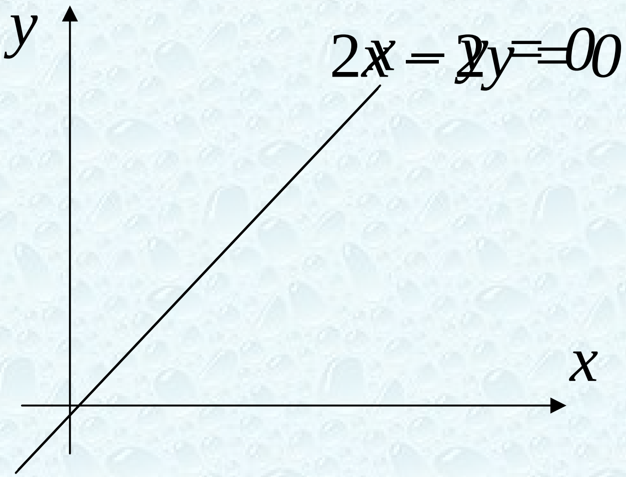
**Perhatikan SPL**

$$\mathbf{x - y = 0}$$
$$\mathbf{2x - 2y = 0}$$

Jika kedua ruas pada persamaan kedua dikalikan ½

Diperoleh persamaan yang sama dengan pers. pertama

Jika digambar dalam kartesius




Terlihat bahwa dua garis tersebut adalah berimpit

Titik potong kedua garis banyak sekali disepanjang garis tersebut

Artinya

SPL diatas mempunyai solusi tak hingga banyak

**Solusi Sistem Persamaan Linear dengan OBE**

- Tulis SPL dalam bentuk matriks yang diperbesar
- Lakukan OBE sampai menjadi esilon baris tereduksi

**Contoh :**

Tentukan solusi dari SPL

$$3x - y = 5$$
$$x + 3y = 5$$

Jawab :

Martiks yang diperbesar dari SPL

$$\left(\begin{array}{cc|c} 3 & -1 & 5 \\ 1 & 3 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 5 \\ 0 & -10 & -10 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Tulis kembali matriks yang diperbesar hasil OBE menjadi perkalian matriks

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Solusi SPL tersebut adalah $x = 2$ dan $y = 1$

**Contoh :**

Tentukan solusi (jika ada) dari SPL berikut :

a. $$\begin{aligned} a + c &= 4 \\ a - b &= -1 \\ 2b + c &= 7 \end{aligned}$$

b. $a + c = 4$

$a - b = -1$

$-a + b = 1$

c. $a + c = 4$

$a - b = -1$

$-a + b = 2$

**Jawab :**

a.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 7 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right)$$

Terlihat bahwa solusi SPL adalah

$a = 1, b = 2,$ *dan* $c = 3$

b. $$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Jika dikembalikan kedalam bentuk perkalian matriks diperoleh :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ini memberikan $a + c = 1$ dan $b + c = 5$.

Dengan memilih $c = t$, dimana $t$ adalah parameter.

Maka solusi SPL tersebut adalah :

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$ , dimana $t$ adalah parameter

c. $$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Terlihat bahwa ada baris nol pada matriks koefisien tetapi matriks konstanta pada baris ke-3 sama dengan 1 (tak nol)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Dari baris ke-3 diperoleh hubungan bahwa

$$0.a + 0.b = 1.$$

Tak ada nilai $a$ dan $b$ yang memenuhi kesamaan ini.

Jadi, SPL tersebut tidak memiliki solusi.

**Contoh :**

Diketahui SPL :

$$x + 2y - 3z = 4$$
$$3x - y + 5z = 2$$
$$4x + y + (a^2 - 14)\, z = a+2$$

Tentukan $a$ sehingga SPL :

a. Mempunyai solusi tunggal

b. Tidak mempunyai solusi

c. Solusi yang tidak terhingga

**Jawab:**

Matrik diperbesar dari SPL adalah

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 3 & -1 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & a^2-14 & a+2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & -7 & 14 & -10 \\ 0 & -7 & a^2-2 & a-14 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & -7 & 14 & -10 \\ 0 & 0 & a^2-16 & a-4 \end{array}\right)$$

a. Agar SPL mempunyai solusi tunggal:

$a^2 - 16 \neq 0$ sehingga $a \neq \pm 4$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & -7 & 14 & -10 \\ 0 & 0 & a^2-16 & a-4 \end{array}\right)$$

b. Perhatikan baris ketiga

$0x + 0y + (a^2 - 16a)\, z = a - 4$

SPL tidak mempunyai solusi saat

$a^2 - 16 = 0$ dan $a - 4 \neq 0$

Sehingga $a = \pm 4$ dan $a \neq 4$.

Jadi , $a = -4$.

c. SPL mempunyai solusi tak hingga banyak

$a^2 - 16 = 0$ dan $a - 4 = 0$

Jadi , $a = 4$

## Solusi SPL dengan Matriks Invers

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ a_{11} & a_{11} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Atau

$$AX = B$$

*Kalikan setiap ruas di atas dengan* $A^{-1}$

$$A^{-1} A X = A^{-1} B$$

diperoleh :

$$X = A^{-1} B$$

Ingat bahwa suatu matriks $A$ mempunyai invers *jika dan hanya jika* Det (A) $\neq$ 0.

**Contoh :**

Tentukan solusi dari SPL berikut :

$$\begin{aligned} a + c &= 4 \\ a - b &= -1 \\ 2b + c &= 7 \end{aligned}$$

**Jawab :**

Perhatikan bahwa

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$$

Jadi A mempunyai Invers

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

sehingga $X = A^{-1} B$ berbentuk :

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Jadi, Solusi SPL tersebut adalah

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

# Solusi SPL dengan aturan Cramer

Misalkan SPL ditulis dalam bentuk AX = B, yaitu :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ a_{11} & a_{11} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Jika determinan *A* tidak sama dengan nol

maka solusi dapat ditentukan satu persatu (peubah ke-*i*, $x_i$)

Langkah-langkah aturan *cramer* adalah :

- Hitung determinan *A*
- Tentukan $A_i$ ➔ matriks *A* dimana kolom ke-*i* diganti oleh B.

Contoh :

$$A_2 = \begin{pmatrix} a_{11} & b_1 & \cdots & a_{1n} \\ a_{11} & b_2 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & b_n & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

- Hitung $|A_i|$
- Solusi SPL untuk peubah $x_i$ adalah

$$x_i = \frac{\det(A_i)}{\det(A)}$$

Contoh :

Tentukan solusi $b$ dari SPL berikut :

$$\begin{aligned} a \;+\; c \;&=\; 4 \\ a \;-\; b \;&=\; -1 \\ 2b + c \;&=\; 7 \end{aligned}$$

Jawab :

Perhatikan bahwa

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

Maka

$$b = \frac{\det(Ab)}{\det(A)}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}}{1}$$

$$= 1\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} + (-4)\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= 1(-1-0) + (-4)(1-0) + 1(7-0)$$

$$= -1 + (-4) + 7 = 2$$

Jadi, Solusi peubah b yang memenuhi SPL adalah $b = 2$

Tentukan solusi SPL untuk peubah $a$ ?

$$a = \frac{\det(Aa)}{\det(A)}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}}{1}$$

$$= 4\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 0 + 1\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 7 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 4(-1-0)+1(-2-(-7))$$

$$= -4 + 0 + 5$$

$$= 1$$

## Sistem Persamaan Linear Homogen

Bentuk umum

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= 0 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \qquad \vdots \quad &\quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= 0 \end{aligned}$$

- SPL homogen merupakan SPL yang konsisten,
  ➔ selalu mempunyai solusi.
- Solusi SPL homogen dikatakan tunggal jika solusi itu adalah $\{x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0\}$
- Jika tidak demikian,
  SPL homogen mempunyai solusi tak hingga banyak.
  (biasanya ditulis dalam bentuk parameter)

Contoh :

Tentukan solusi SPL homogen berikut

$$
\begin{aligned}
2p + q - 2r - 2s &= 0 \\
p - q + 2r - s &= 0 \\
-p + 2q - 4r + s &= 0 \\
3p - 3s &= 0
\end{aligned}
$$

SPL dapat ditulis dalam bentuk

$$
\left(\begin{array}{cccc|c}
2 & 1 & -2 & -2 & 0 \\
1 & -1 & 2 & -1 & 0 \\
-1 & 2 & -4 & 1 & 0 \\
3 & 0 & 0 & -3 & 0
\end{array}\right)
$$

dengan melakukan OBE diperoleh :

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Maka solusi SPL homogen adalah :

$p = a$,

$q = 2b$ ,

$s = a$, dan

$r = b$,

dimana $a$, $b$ merupakan parameter.

**Contoh :**

Diketahui SPL

$$\begin{pmatrix} -b & 0 & 0 \\ 0 & 1-b & 1 \\ 0 & 1 & 1-b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a. Tentukan *b* agar SPL memiliki solusi tak hingga banyak

b. Tuliskan solusi SPL tersebut

**Jawab :**

Solusi suatu SPL homogen adalah tak tunggal jika *det*(A) = 0.

$$\begin{vmatrix} -b & 0 & 0 \\ 0 & 1-b & 1 \\ 0 & 1 & 1-b \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (-b)\begin{vmatrix} 1-b & 1 \\ 1 & 1-b \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (-b)\ ((1-b)(1-b)) - 1 \quad = 0$$

$$(-b)\ (b2 - 2b + 1 - 1) \quad = 0$$

$$(-b)\ (b2 - 2b) \quad = 0$$

$$b = 0 \ \text{ atau } \ b = 2$$

Solusi SPL tak hingga banyak saat $b = 0$ atau $b = 2$

- Saat $b = 0$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dengan OBE maka

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Misalkan p,q adalah parameter Riil, maka

$$\begin{pmatrix} \mathrm{x} \\ \mathrm{y} \\ \mathrm{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ -q \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} p + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} q$$

- Saat $b = 2$

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dengan OBE maka

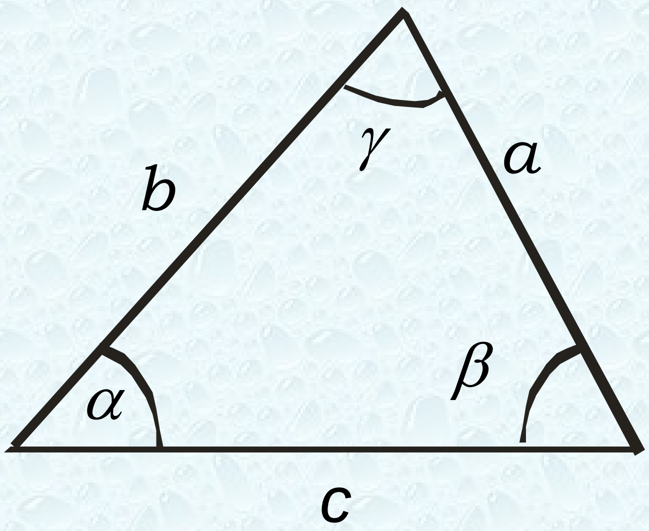
$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Misalkan q adalah parameter Riil, maka

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ q \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} q$$

## Contoh 9 :

Perhatikan ilustrasi segitiga berikut :




Tunjukan bahwa :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

**Jawab :**

Dari gambar tersebut diketahui bahwa :

$$c\cos\beta + b\cos\gamma = a$$

$$c\cos\alpha + a\cos\gamma = b$$

$$b\cos\alpha + a\cos\beta = c$$

atau

$$\begin{pmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \cos\beta \\ \cos\gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

Perhatikan bahwa :

$$\det\begin{pmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{pmatrix} = 0 + c(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} c & a \\ b & 0 \end{vmatrix} + b(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} c & 0 \\ b & a \end{vmatrix}$$

$$= -c(ab) + b(ac) = 2abc$$

Dengan aturan Crammer diperoleh bahwa :

$$\cos\alpha = \frac{\begin{vmatrix} a & c & b \\ b & 0 & a \\ c & a & 0 \end{vmatrix}}{2abc} = \frac{1}{2abc}\left( c\,(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} b & a \\ c & 0 \end{vmatrix} + 0 + a\,(-1)^{3+2}\begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix} \right)$$

$$\cos\alpha = \frac{ac^2 - a^3 + a^2b^2}{2abc}$$

$$= \frac{c^2 - a^2 + b^2}{2bc}$$

Jadi, terbukt bahwa :

$$a^2 = b^2 + c^2 - bc\cos\alpha$$

## Latihan Bab 3

1. Tentukan solusi SPL berikut :

$$2a - 8b = 12$$
$$3a - 6b = 9$$
$$-a + 2b = -4$$

2. Tentukan solusi SPL :

$$2p - 2q - r + 3s = 4$$
$$p - q + 2s = 1$$
$$-2p + 2q - 4s = -2$$

3. Tentukan solusi SPL homogen berikut :

$$p - 5q - 4r - 7t = 0$$
$$2p + 10q - 7r + s - 7t = 0$$
$$r + s + 7t = 0$$
$$-2p - 10q + 8r + s + 18t = 0$$

**4. Diketahui SPL *AX = B***

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Tentukan solusi SPL di atas dengan menggunakan :

- operasi baris elementer (OBE )
- Invers matrik
- Aturan Cramer

5. Diketahui

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} X - X \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

Tentukan $X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$ yang memenuhi.

6. SPL homogen (dengan peubah *p*, *q*, dan *r*)

$$p + 2q + r = 0$$
$$q + 2r = 0$$
$$k^2 p + (k+1)\, q + r = 0$$

Tentukan nilai *k* sehingga SPL punya solusi tunggal

7. Misalkan

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Tentukan vektor tak nol $\bar{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ sehingga $B\bar{u} = 6\bar{u}$