

DISTRIBUSI DATA

Oleh :
Mike Yuliana
PENS

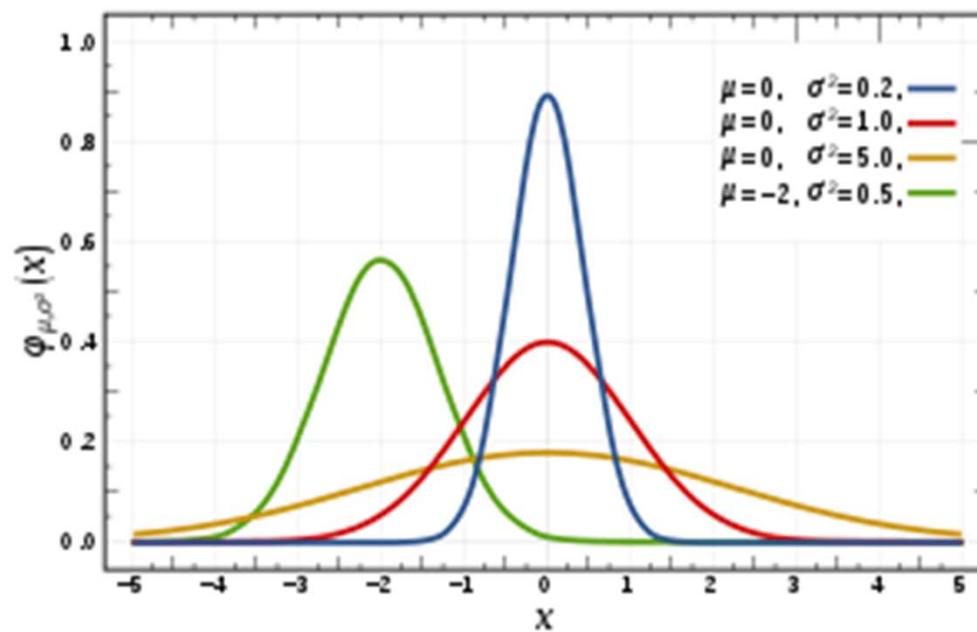
Pokok Bahasan

1. Pengertian Distribusi Normal
2. Cara membaca Tabel Distribusi Normal
3. Contoh Soal Distribusi Normal
4. Distribusi Poisson
5. Contoh Soal Distribusi Poisson

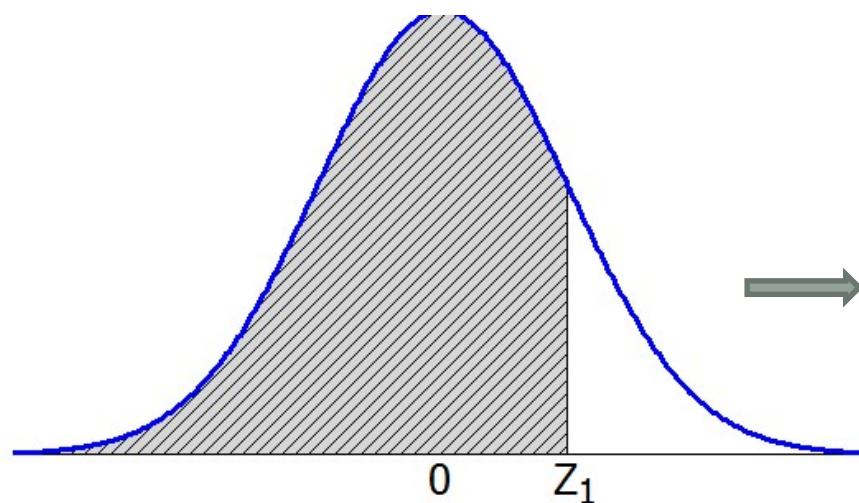
Distribusi Normal

disebut pula **distribusi Gauss**, adalah distribusi probabilitas yang paling banyak digunakan dalam berbagai analisis statistika.

Kurva distribusi normal maupun distribusi normal baku bersifat simetris dimana garis simetrinya berada pada $Z = 0$. Sedangkan luas area keseluruhan di bawah kurva normal adalah 1.

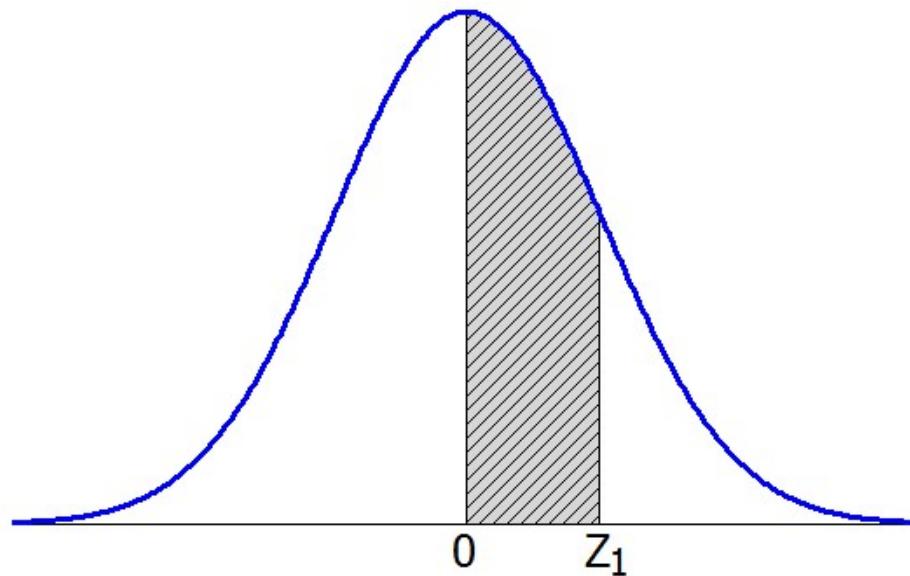


Tabel Distribusi Normal Baku (1)



Tabel distribusi normal baku yang menentukan luas area di antara $-\infty < Z < Z_1$

2 jenis tabel yang sering digunakan



Tabel distribusi normal baku yang menentukan luas area di antara $0 < Z < Z_1$

Tabel Distribusi Normal Baku (2)

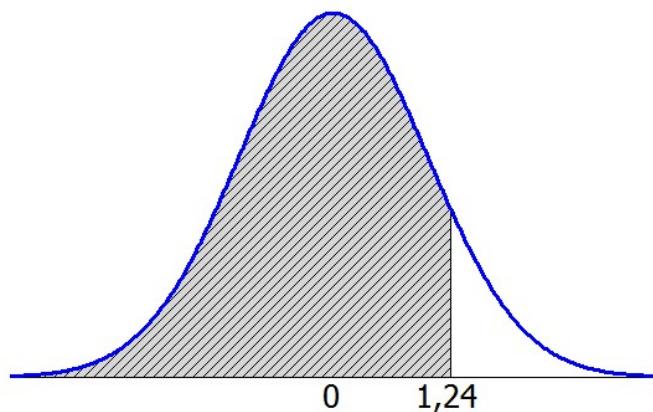
Tabel distribusi normal berisi peluang dari nilai Z atau $P(Z \leq z)$. Sebagaimana kita ketahui bahwa nilai peluang akan selalu berada di antara 0 dan 1, sehingga nilai-nilai di dalam tabel juga berada di antara 0 dan 1.

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

Tabel Distribusi Normal Baku (3)

Contoh Soal Distribusi Normal(1)

1. Misal Z adalah variabel random yang berdistribusi normal baku (normal standar). Hitunglah peluang $P(Z<1.24)$



<i>z</i>	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265

Contoh Soal Distribusi Normal(2)

2. Misal Z adalah variabel random yang berdistribusi normal baku (normal standar). Hitunglah peluang $P(Z > 1.24)$

Dari contoh pertama telah diketahui bahwa $P(Z < 1,24)$ adalah 0,8925. Karena luas area keseluruhan di bawah kurva normal adalah 1, maka

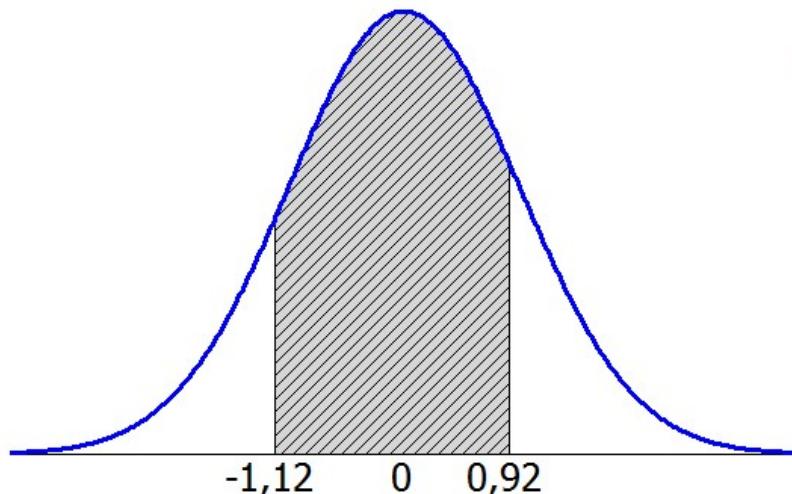
$$P(Z > 1,24) = 1 - P(Z < 1,24)$$

$$P(Z > 1,24) = 1 - 0,8925$$

$$P(Z > 1,24) = \mathbf{0,1075}$$

Contoh Soal Distribusi Normal(3)

3. Berapakah luas area kurva normal antara $-1,12 < Z < 0,92$ atau $P(-1,12 < Z < 0,92)$?



$$P(-1,12 < Z < 0,92) = P(Z < 0,92) - P(Z < -1,12)$$

$$P(-1,12 < Z < 0,92) = 0,8212 - 0,1314$$

$$P(-1,12 < Z < 0,92) = \mathbf{0,6898}$$

Soal

1. Jika sebuah data trafik berdistribusi normal dengan mean 23.56 dan standar deviasi 4.55, hitunglah berapa probabilitas trafik kurang dari 14.45!

$$Z = \frac{(X - \mu)}{\sigma}$$

2. Gambarkan tabel distribusi dan hitung probabilitas dari :
 1. $P(Z > 1.68)$
 2. $P(-1.77 < Z < 0)$
 3. $P(1.12 < Z < 2.97)$

Pemodelan Trafik dengan Distribusi Poisson

$$P(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

λ = banyaknya panggilan

Note: $Poisson = \lim_{m \rightarrow \infty} (Binomial)$

Apa yang dimaksud λ ?

- Jumlah rata-rata panggilan
- $\lambda = A$

$$\therefore P(k) = \frac{e^{-A} A^k}{k!}$$

Pemodelan Trafik dengan Distribusi Poisson (2)

- Cara menghitung probabilitas blocking:

$$P(B) = P(k \geq N) = P(N) + P(N+1) + \dots + P(\infty)$$

$$= \sum_{k=N}^{\infty} \frac{e^{-A} A^k}{k!} = \sum_{k=N}^{\infty} \frac{A^k}{k!} e^{-A}$$

Ingat:

$$P(k) = \frac{e^{-A} A^k}{k!}$$

$$= 1 - \sum_{k=0}^{N-1} \frac{A^k}{k!} e^{-A}$$

Example:

$$P(B) = P(N, A)$$

“P” = Poisson
“N” = jumlah trunk
“A” = trafik

$P(7,10)$
Poisson P(B) dengan 10 E
Dan 7 trunk

Tabel Trafik

- Jika didapatkan GOS 1% dengan N=10 trunk
 - Berapa besarnya trafik yang dapat di handel oleh sistem?

$$0.01 = \sum_{k=10}^{\infty} \frac{A^k}{k!} e^{-A} = 1 - \sum_{k=0}^9 \frac{A^k}{k!} e^{-A}$$

Bagaimana kita menghitung A?

- Sangat hati-hati, atau
- Menggunakan tabel trafik

Tabel Trafik(2)

$$P(B) = P(N, A)$$

N

Poisson Traffic Capacity in Erlangs							Poisson Traffic Capacity in Erlangs (Continued)							
No. of Trunks (N)	Traffic (A) in Erlangs for $P =$						No. of Trunks (N)	Traffic (A) in Erlangs for $P =$						
	.001	.002	.005	.010	.020	.050	.100	.001	.002	.005	.010	.020	.050	.100
1	.001	.002	.005	.011	.021	.053	.106	41	24.0	25.0	26.4	27.6	28.9	31.1
2	.044	.065	.104	.150	.214	.358	.531	42	24.8	25.8	27.2	28.4	29.8	32.0
3	.192	.244	.338	.436	.567	.817	1.10	43	25.5	26.5	28.0	29.2	30.6	32.9
4	.428	.519	.673	.822	1.02	1.37	1.75	44	26.3	27.3	28.8	30.1	31.5	33.7
5	.739	.868	1.08	1.26	1.55	1.97	2.44	45	27.1	28.1	29.6	30.9	32.3	34.6
6	1.11	1.27	1.54	1.79	2.11	2.51	3.14	46	27.9	28.9	30.4	31.7	33.2	35.5
7	1.52	1.72	2.04	2.33	2.69	3.28	3.89	47	28.6	29.7	31.2	32.5	34.0	36.4
8	1.97	2.21	2.57	2.91	3.31	3.97	4.67	48	29.4	30.5	32.0	33.4	34.9	37.2
9	2.45	2.72	3.13	3.50	3.94	4.69	5.42	49	30.2	31.3	32.9	34.2	35.7	38.1
10	2.97	3.26	3.72	4.14	4.61	5.42	6.22	50	31.0	32.1	33.7	35.0	36.6	39.0
11	3.50	3.82	4.32	4.78	5.31	6.17	7.03	51	31.8	32.9	34.5	35.9	37.4	39.9
12	4.03	4.40	4.94	5.43	6.00	6.92	7.83	52	32.5	33.7	35.3	36.7	38.3	40.8
13	4.61	5.00	5.58	6.11	6.69	7.69	8.64	53	33.3	34.5	36.1	37.6	39.2	41.6
14	5.19	5.61	6.23	6.78	7.42	8.47	9.47	54	34.1	35.3	37.0	38.4	40.0	42.5
15	5.78	6.23	6.89	7.47	8.14	9.25	10.3	55	34.9	36.1	37.8	39.2	40.9	43.4
16	6.42	6.87	7.57	8.18	8.89	10.1	11.1	56	35.7	36.9	38.6	40.1	41.8	44.3
17	7.03	7.52	8.25	8.89	9.64	10.8	12.0	57	36.5	37.7	39.3	40.9	42.6	45.2
18	7.67	8.17	8.94	9.61	10.4	11.6	12.8	58	37.3	38.5	40.3	41.8	43.5	46.1
19	8.31	8.84	9.65	10.4	11.1	12.4	13.7	59	38.1	39.3	41.1	42.6	44.3	47.0
20	8.97	9.52	10.4	11.1	11.9	13.3	14.5	60	38.9	40.1	41.9	43.5	45.2	47.9
21	9.61	10.2	11.1	11.8	12.7	14.1	15.4	61	39.7	40.9	42.8	44.3	46.1	48.8
22	10.3	10.9	11.8	12.6	13.5	14.9	16.3	62	40.5	41.8	43.6	45.2	46.9	49.6
23	11.0	11.6	12.5	13.3	14.3	15.7	17.1	63	41.3	42.6	44.4	46.0	47.6	50.5
24	11.6	12.3	13.3	14.1	15.1	16.6	18.0	64	42.1	43.4	45.3	46.9	48.7	51.4
25	12.3	13.0	14.0	14.9	15.9	17.4	18.8	65	42.9	44.2	46.1	47.7	49.6	52.3
26	13.0	13.7	14.7	15.6	16.6	18.2	19.7	66	43.7	45.0	46.9	48.6	50.4	53.2
27	13.8	14.4	15.5	16.4	17.4	19.1	20.6	67	44.5	45.9	47.8	49.4	51.3	54.1
28	14.4	15.2	16.3	17.2	18.2	19.9	21.5	68	45.3	46.7	48.7	50.3	52.2	55.0
29	15.1	15.9	17.0	18.0	19.0	20.8	22.4	69	46.1	47.5	49.5	51.2	53.1	55.9
30	15.9	16.6	17.6	18.8	19.9	21.6	23.2	70	47.0	48.4	50.3	52.0	53.9	56.8
31	16.6	17.4	18.5	19.5	20.7	22.5	24.1	71	47.8	49.2	51.2	52.9	54.8	57.7
32	17.3	18.1	19.3	20.3	21.5	23.3	25.0	72	48.6	50.0	52.0	53.8	55.7	58.6
33	18.1	18.9	20.1	21.1	22.3	24.2	25.9	73	49.4	50.8	52.9	54.6	56.5	59.5
34	18.8	19.6	20.9	21.9	23.1	25.1	26.8	74	50.3	51.7	53.7	55.5	57.4	60.4
35	19.5	20.4	21.6	22.7	23.9	25.9	27.7	75	51.1	52.5	54.6	56.3	58.3	61.3
36	20.3	21.1	22.4	23.5	24.8	26.8	28.6	76	51.9	53.4	55.4	57.2	59.2	62.3
37	21.0	21.9	23.2	24.3	25.6	27.6	29.4	77	52.7	54.2	56.3	58.1	60.1	63.2
38	21.8	22.7	24.0	25.1	26.4	28.5	30.3	78	53.5	55.0	57.1	58.9	60.9	64.1
39	22.5	23.4	24.8	26.0	27.3	29.4	31.3	79	54.4	55.9	58.0	59.8	61.8	65.0
40	23.3	24.2	25.6	26.8	28.1	30.2	32.1	80	55.2	56.7	58.9	60.7	62.7	65.9

(table continues)

(table continues)

Tabel Trafik (3)

$$P(N,A)=0.01$$

N=10

Poisson Traffic Capacity in Erlangs							Poisson Traffic Capacity in Erlangs (Continued)								
No. of Trunks (N)	Traffic (A) in Erlangs for P =						No. of Trunks (N)	Traffic (A) in Erlangs for P =							
	.001	.002	.005	.010	.020	.050		.100	.001	.002	.005	.010	.020	.050	.100
1	.001	.002	.005	.011	.021	.053	.106	41	24.0	25.0	26.4	27.6	28.9	31.1	33.1
2	.044	.065	.104	.150	.214	.358	.531	42	24.6	25.8	27.2	28.4	29.8	32.0	33.9
3	.192	.244	.338	.436	.567	.817	1.10	43	25.5	26.5	28.0	29.2	30.6	32.9	34.9
4	.428	.519	.673	.822	1.02	1.37	1.75	44	26.3	27.3	28.8	30.1	31.5	33.7	35.8
5	.739	.868	1.08	1.28	1.55	1.97	2.44	45	27.1	28.1	29.6	30.8	32.2	34.4	36.6
6	1.11	1.27	1.54	1.79	2.11	2.61	3.14	46							
7	1.52	1.72	2.04	2.33	2.69	3.28	3.89	47							
8	1.97	2.21	2.57	2.84	3.31	3.97	4.67	48							
9	2.45	2.70	3.12	3.50	3.94	4.69	5.42	49							
10	2.97	3.26	3.72	4.14	4.61	5.42	6.22	50							
11	3.50	3.82	4.32	4.78	5.31	6.17	7.03	51							
12	4.03	4.40	4.94	5.43	6.00	6.92	7.83	52							
13	4.61	5.00	5.58	6.11	6.69	7.67	8.65	53							
14	5.19	5.61	6.23	6.78	7.42	8.41	9.40	54							
15	5.78	6.23	6.89	7.47	8.14	9.13	10.12	55							
16	6.42	6.87	7.57	8.18	8.89	9.91	10.93	56							
17	7.03	7.52	8.25	8.89	9.64	10.8	12.0	57							
18	7.67	8.17	8.94	9.61	10.4	11.6	12.8	58							
19	8.31	8.84	9.65	10.4	11.1	12.4	13.7	59							
20	8.97	9.52	10.4	11.1	11.9	13.3	14.5	60							
21	9.61	10.2	11.1	11.8	12.7	14.1	15.4	61							
22	10.3	10.9	11.8	12.6	13.5	14.9	16.3	62							
23	11.0	11.6	12.5	13.3	14.3	15.7	17.1	63							
24	11.6	12.3	13.3	14.1	15.1	16.6	18.0	64							
25	12.3	13.0	14.0	14.9	15.9	17.4	18.8	65							
26	13.0	13.7	14.7	15.6	16.6	18.2	19.7	66							
27	13.8	14.4	15.5	16.4	17.4	19.1	20.6	67							
28	14.4	15.2	16.3	17.2	18.2	19.9	21.5	68							
29	15.1	15.9	17.0	18.0	19.0	20.8	22.4	69							
30	15.9	16.6	17.8	18.8	19.9	21.6	23.2	70							
31	16.6	17.4	18.5	19.5	20.7	22.5	24.1	71	47.8	49.2	51.2	52.9	54.8	57.7	60.4
32	17.3	18.1	19.3	20.3	21.5	23.3	25.0	72	48.6	50.0	52.0	53.8	55.7	58.6	61.4
33	18.1	18.9	20.1	21.1	22.3	24.2	25.9	73	49.4	50.8	52.9	54.6	56.6	59.5	62.3
34	18.8	19.6	20.9	21.9	23.1	25.1	26.8	74	50.3	51.7	53.7	55.5	57.4	60.4	63.2
35	19.5	20.4	21.6	22.7	23.9	25.9	27.7	75	51.1	52.5	54.6	56.3	58.3	61.3	64.1
36	20.3	21.1	22.4	23.5	24.8	26.8	28.6	76	51.9	53.4	55.4	57.2	59.2	62.3	65.1
37	21.0	21.9	23.2	24.3	25.6	27.6	29.4	77	52.7	54.2	56.3	58.1	60.1	63.2	66.0
38	21.8	22.7	24.0	25.1	26.4	28.5	30.3	78	53.5	55.0	57.1	58.9	60.9	64.1	66.9
39	22.5	23.4	24.8	26.0	27.3	29.4	31.3	79	54.4	55.9	58.0	59.8	61.8	65.0	67.9
40	23.3	24.2	25.6	26.8	28.1	30.2	32.1	80	55.2	56.7	58.9	60.7	62.7	65.9	68.9

(table continues)

Sistem dengan N = 10 trunk
dan P(B) = 0.01:

Dapat menghandel trafik (A) = 4.14 E

(table continues)