

Sistem Persamaan Linier (SPL) dengan Eliminasi Gauss Seidel

Oleh :

Mike Yuliana

Metode Iterasi Gauss Seidel

- Metode untuk menyelesaikan SPL yang menggunakan proses iterasi.
- Baik untuk menyelesaikan SPL yang besar
- Bila diketahui SPL seperti di bawah ini

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} a_{11} & x_1 & + & a_{12} & x_2 & + & a_{13} & x_3 & + & \dots & + & a_{1n} & x_n & = & b_1 \\ a_{21} & x_1 & + & a_{22} & x_2 & + & a_{23} & x_3 & + & \dots & + & a_{2n} & x_n & = & b_2 \\ a_{31} & x_1 & + & a_{32} & x_2 & + & a_{33} & x_3 & + & \dots & + & a_{3n} & x_n & = & b_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & x_1 & + & a_{n2} & x_2 & + & a_{n3} & x_3 & + & \dots & + & a_{nn} & x_n & = & b_n \end{array}$$

Metode Iterasi Gauss-Seidel

- Berikan nilai awal dari setiap x_i ($i=1$ s/d n)

$$x_1 = \frac{1}{a_{11}} (b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \dots - a_{1n}x_n)$$

$$x_2 = \frac{1}{a_{22}} (b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \dots - a_{2n}x_n)$$

.....

$$x_n = \frac{1}{a_{nn}} (b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \dots - a_{nn-1}x_{n-1})$$

Metode Iterasi Gauss-Seidel

- Dengan menghitung nilai-nilai x_i ($i=1$ s/d n) menggunakan persamaan-persamaan di atas secara terus-menerus hingga nilai untuk setiap x_i ($i=1$ s/d n) sudah sama dengan nilai x_i pada iterasi sebelumnya maka diperoleh penyelesaian dari SPL tersebut.
- Atau dengan kata lain proses iterasi dihentikan bila selisih nilai x_i ($i=1$ s/d n) dengan nilai x_i pada iterasi sebelumnya kurang dari nilai toleransi error yang ditentukan.

Algoritma Metode Iterasi Gauss-Seidel

- (1) Masukkan matrik **A**, dan vektor **B** beserta ukurannya n
- (2) Tentukan batas maksimum iterasi max_iter
- (3) Tentukan toleransi error ϵ
- (4) Tentukan nilai awal dari x_i , untuk $i=1$ s/d n
- (5) Simpan x_i dalam s_i , untuk $i=1$ s/d n
- (6) Untuk $i=1$ s/d n hitung :

$$x_i = \frac{1}{a_{i,i}} \left(b_i - \sum_{j \neq i} a_{i,j} x_j \right)$$

$$e_i = |x_i - s_i|$$

- (7) $iterasi \leftarrow iterasi+1$
- (8) Bila iterasi lebih dari max_iter atau tidak terdapat $e_i < \epsilon$ untuk $i=1$ s/d n maka proses dihentikan dan penyelesaiannya adalah x_i untuk $i=1$ s/d n . Bila tidak maka ulangi langkah (5)

Contoh

- Selesaikan SPL di bawah ini menggunakan metode iterasi Gauss-Seidel

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$2x_1 + 4x_2 = 14$$

- Berikan nilai awal : $x_1 = 0$ dan $x_2 = 0$
- Susun persamaan menjadi:

$$x_1 = 5 - x_2$$

$$x_2 = \frac{1}{4}(14 - 2x_1)$$

	$x_1 = 5 - 0 = 5$	$(5, 0)$
iterasi 1 :	$x_2 = \frac{1}{4}(14 - 2 \cdot 5) = 1$	$(5, 1)$
	$x_1 = 5 - 1 = 4$	$(4, 1)$
iterasi 2 :	$x_2 = \frac{1}{4}(14 - 2 \cdot 4) = \frac{3}{2}$	$(4, 3/2)$
	$x_1 = 5 - \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$	$(7/2, 3/2)$
iterasi 3 :	$x_2 = \frac{1}{4}\left(14 - 2 \cdot \frac{7}{2}\right) = \frac{7}{4}$	$(7/2, 7/4)$

Contoh

	$x_1 = 5 - \frac{7}{4} = \frac{13}{4}$	$(13/4, 7/4)$
iterasi 4 :	$x_2 = \frac{1}{4} \left(14 - 2 \cdot \frac{13}{4} \right) = \frac{15}{8}$	$(13/4, 15/8)$
	$x_1 = 5 - \frac{15}{8} = \frac{25}{8}$	$(25/8, 15/8)$
iterasi 5 :	$x_2 = \frac{1}{4} \left(14 - 2 \cdot \frac{25}{8} \right) = \frac{31}{16}$	$(25/8, 31/16)$
	$x_1 = 5 - \frac{31}{16} = \frac{49}{16}$	$(49/16, 31/16)$
iterasi 6 :	$x_2 = \frac{1}{4} \left(14 - 2 \cdot \frac{49}{16} \right) = \frac{63}{32}$	$(49/16, 63/32)$
	$x_1 = 5 - \frac{63}{32} = \frac{97}{32}$	$(97/32, 63/32)$
iterasi 7 :	$x_2 = \frac{1}{4} \left(14 - 2 \cdot \frac{97}{32} \right) = \frac{127}{64}$	$(97/32, 127/64)$