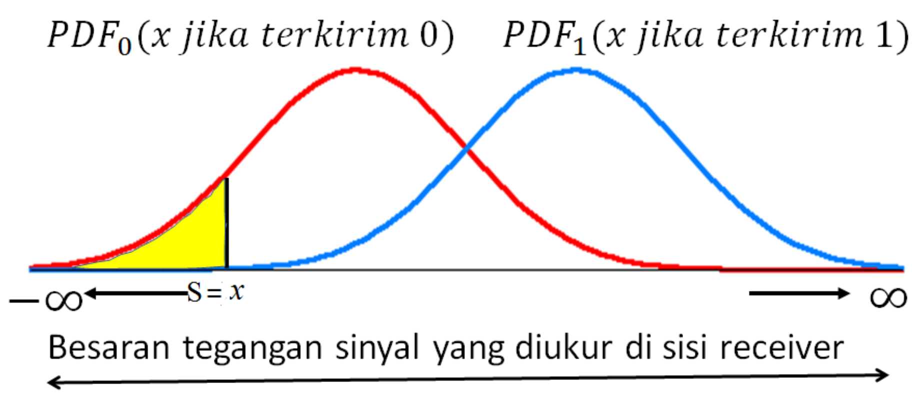
IX. PRAKTIKUM 8— Pembangkitan Tabel Metrik Untuk Keperluan Soft-Decision Dekoder Konvolusi

IX.1 PENDAHULUAN

Kinerja pemecahan kode konvolusi dengan metode *soft-decision* akan sangat bergantung pada akurasi tabel metrik yang sudah disiapkan terlebih dahulu. Pertama-tama yang dilakukan adalah mengevaluasi fungsi kerapatan probabilitas normal (Normal Probability Density Function- PDF), kemudian menghitung fungsi loglikelihood terhadap semua simbol yang kemungkinan muncul. Diasumsikan bahwa sistem WSPR beroperasi pada kanal dengan gangguan nois Gaussian yang aditif, dengan sistem modulasi digital PSK atau lebih spesisfik yakni BPSK (Binary Phase Shift Keying). Pada praktikum kali ini akan dibahas bagaimana secara praktis membangkitkan metrik loglikelihood yang kemudian dikuantisasi menjadi besaran 8 bit integer tanpa tanda dengan asumsi kanal yang dilalui adalah AWGN dengan sistem mudulasi BPSK.

IX.2 Evaluasi Formula Perhitungan Fungsi Loglikelihood Dalam Kanal AWGN



Gambar IX-1: Dua Fungsi Kerapatan Probabilitas (PDF) yang yang dibuat saat transmiter mengirim digit 0 dan saat transmiter mengirim digit 1

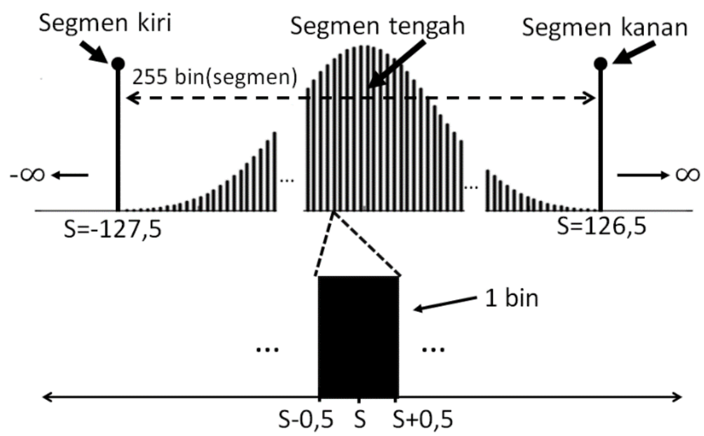
Fungsi Kerapatan Probabilitas (PDF) Gaussian dapat ditulis,

$$p(S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{S^2}{2}}, \quad \text{untuk nilai } -\infty \le S \le \infty$$

Dalam konteks diskusi ini, S adalah besaran level tegangan yang diukur di ranah baseband/*sound-card* jika transmiter sedang mengirim digit “0” atau “1”. Pada Gambar IX-1 terdapat dua PDF yakni PDF_0 yang merupakan kurva kerapatan kemungkinan kemunculan tegangan tertentu pada saat transmiter mengirim digit “0”, dan PDF_1 yakni kurva kerapatan kemungkinan kemunculan tegangan tertentu pada saat transmiter mengirim digit “1”. Asumsinya adalah bahwa sinyal dari transmiter memancar melewati kanal AWGN.

PDF Gaussian adalah pemodelan kemunculan sinyal setelah melewati kanal yang terganggu oleh *Gaussian white noise.* Rentang level tegangan sinyal terima antara -∞ s/d +∞. Padahal proses kuantisasi dari ADC mempunyai rentang terbatas. Dalam hal WSPR, rentang PDF sinyal hanya dibatasi selebar kuantisasi 8 bit, sehingga diperlukan proses konversi dari -∞ s/d +∞ menjadi parameter integer selebar 8 bit. Luasan segmen ke 0 mewakili total probabilitas kemunculan level tegangan sinyal antara -∞ s/d -127,5 (sebut sebagai segmen kiri), sedangkan luasan segmen ke 255 mewakili total probabilitas kemunculan level tegangan sinyal antara 126,5 s/d +∞ (sebut sebagai sebagai segmen kanan).

Selanjutnya didalam rentang 1 – 254, dibagi menjadi 254 bin, sehingga terdapat 254 nilai probabilitas dari kemungkinan kemunculan 254 level tegangan (sebut sebagai segmen tengah), seperti pada Gambar IX-2 dibawah ini.



Gambar IX-2: 255 segmen atau bin yang merepresentasikan sinyal yang diterima dengan rentang level -∞ s/d +∞. Titik tengah S setiap segmen atau bin diset pada angka -127 s/d +126 dengan interval antar segmen adalah 1.

Untuk keperluan konversi ke rentang unit 0 – 255 inilah maka diperlukan pendekatan fungsi distribusi kumulatif (CDF). Dari kurva PDF kita dapat menentukan nilai fungsi distribusi kumulative (CDF) untuk harga level tegangan tertentu dengan cara integrasi PDF dari —∞ ke nilai level tegangan yang akan dicari nilai CDFnya, sbb,

$$F(x|0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{S=-\infty}^{S=x} e^{-\frac{S^2}{2}} dS$$

dimana F(x|0) adalah CDF nilai level tegangan x jika sisi transmiter sedang mengirim digit “0”. Namun celakanya intergral ini tidak dapat diselesaikan karena batas integrasinya mulai dari —∞(tidak terukur) hingga ke harga level tegangan x (terukur).

Upaya untuk menyelesaikan intergral tersebut adalah sbb, Pertama-tama kita lihat suatu fungsi Distribusi Normal Kumulatif (CND) dalam rentang [0,x] sbb,

$$\Phi(0,x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{S=0}^{S=x} e^{-\frac{S^2}{2}} dS$$

Selanjutnya kita lihat juga integral dari suatu fungsi kerapatan probabilitas normal,

$$\alpha(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{x} e^{-\frac{S^2}{2}} dS$$

Dengan melihat batas integrasi maka dapat ditulis bahwa,

$$\Phi(0,x) = \frac{1}{2}\alpha(x)$$

Selanjutnya jika,

$$u = \frac{1}{\sqrt{2}}S,$$

Maka,

$$du = \frac{1}{\sqrt{2}}dS$$

$$dS = \sqrt{2}du$$

$$S = \sqrt{2}u$$

$$S^2 = 2u^2.$$

Kembali pada,

$$\Phi(0,x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{S=0}^{S=x} e^{-\frac{S^2}{2}} dS$$

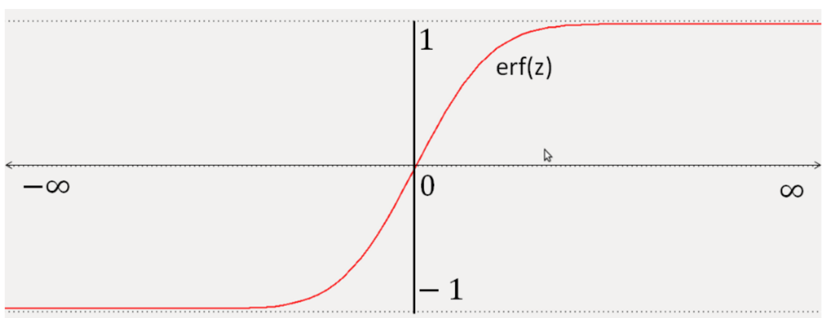
Dengan substitusi $u = \frac{1}{\sqrt{2}} S$, dan $dS = \sqrt{2} du$,

maka didapat,

$$\Phi(0,x) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{\pi}} \int_{u=0}^{u=x/\sqrt{2}} e^{-\frac{2u^2}{2}} du$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\frac{x}{\sqrt{2}}} e^{-u^2}\, du$$

Selanjutnya kita lihat error function erf(z) dengan representasi grafik seperti pada gambar XI-3 dibawah ini,



Gambar IX-3: Error function yang sering dipakai untuk menyelesaikan fungsi-fungsi integral dengan batas tak berhingga menjadi berhingga sehingga dapat dicari penyelesaiannya.

$$\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{z} e^{-S^2}\, dS$$

$$\text{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\frac{x}{\sqrt{2}}} e^{-S^2}\, dS$$

Diketahui bahwa distribusi normal kumulatif (CND) antara x_1 sampai x_2 adalah,

$$\Phi(x_1, x_2) = \frac{1}{2}\left[\mathrm{erf}\left(\frac{x_2}{\sqrt{2}}\right) - \mathrm{erf}\left(\frac{x_1}{\sqrt{2}}\right)\right]$$

CND antara 0 dan x adalah sbb,

$$\Phi(x) = \Phi(0, x) = \frac{1}{2}\mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) - \frac{1}{2}\mathrm{erf}(0) = \frac{1}{2}\mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$$

CND antara $-\infty$ dan x adalah,

$$\Phi(-\infty, x) = \frac{1}{2}\left[\mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) - \mathrm{erf}\left(\frac{-\infty}{\sqrt{2}}\right)\right]$$

Karena erf(x) adalah fungsi ganjil (lihat Gambar VIII-2), maka erf(-x) = -erf(x), sehingga

$$\Phi(-\infty, x) = \frac{1}{2}\left[\mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) + \mathrm{erf}\left(\frac{\infty}{\sqrt{2}}\right)\right]$$

erf(x) adalah fungsi dengan sifat asimtotik terhadap nilai 1, karena itu

$$\lim_{x \to \infty} \mathrm{erf}(x) = 1$$

Maka,

$$\Phi(-\infty, x) = \frac{1}{2}\left[\mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) + 1\right]$$

$$\Phi(-\infty, x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{S^2}{2}} dS$$

$$F(x|0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{S^2}{2}} dS$$

Sehingga didapat

$$F(x|0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$$

Selanjutnya untuk interval (a,b) dimana a<b, maka dapat dihitung probabilitas kemunculan tegangan diatara interval (a,b), sbb,

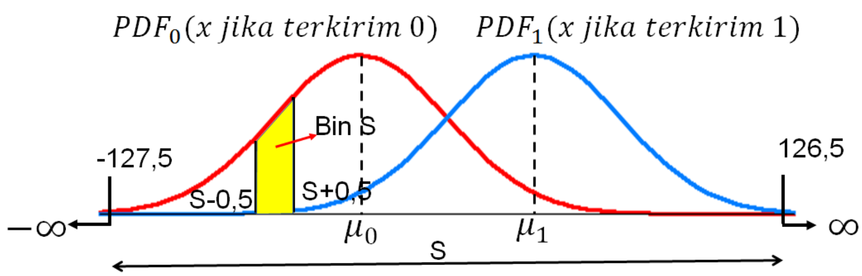
$$P(a < X \leq b|0) = F(b|0) - F(a|0)$$

Selanjutnya dengan cara yang sama akan didapat,

$$P(a < X \leq b|1) = F(b|1) - F(a|1).$$

VIII.3 Menghitung Probabilitas Kondisional

Probabilitas Kondisional adalah probabilitas kemunculan level tegangan sinyal pada *sound-card* antara 0 s/d 255 (nilai integer 8 bit), ketika pemancar mengirim digit “0”, atau ketika pemancar mengirim digit “1”.

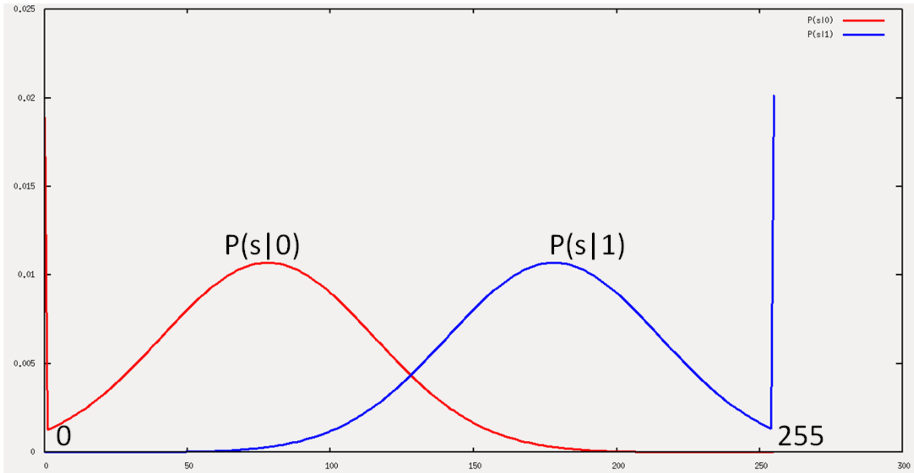


Gambar IX-3: Menghitung probabilitas transisi kanal sama dengan cara menghitung luasan Bin S.

Gambar IX-3 manunjukkan proses perhitungan probabilitas transisi kanal dilakukan dengan cara menghitung luas Bin S (blok warna kuning). Titik Tengah Bin S diasumsikan merupakan harga nominal dari probabilitas transisi P(S|0) untuk kurva acuan PDF_0 , maupun P(S|1) untuk kurva acuan PDF_1. Upaya untuk mempercepat proses perhitungan dilakukan dengan cara kuantisasi diskrit menjadi 256 bin. Level sinyal riil yang terbaca pada *sound-card* adalah s (huruf kecil) dengan rentang antara $0 \leq s \leq 255$. Namun kemudian dinormalisasi menjadi besaran S (kapital) dengan rentang antara $-127 \leq S \leq +127$ Deskripsi dari Bin-Bin tersebut adalah sbb,

- Bin 0 adalah P(S|0) atau P(S|1) dimana $-\infty < S < -127{,}5$
- Bin 1 adalah P(S|0) atau P(S|1) dimana $-127{,}5 < S < -126{,}5$
- Bin 2 adalah P(S|0) atau P(S|1) dimana $-126{,}5 < S < -125{,}5$
- Bin 3 ...
- Bin 4 ...
- ...
- Bin 128 adalah P(S|0) atau P(S|1) dimana $-0{,}5 < S < +0{,}5$
- Bin 129 adalah P(S|0) atau P(S|1) dimana $+0{,}5 < S < +1{,}5$
- Bin 130 ...
- Bin 131 ...
- ...
- Bin 254 adalah P(S|0) atau P(S|1) dimana $+125{,}5 < S < +126{,}5$
- Bin 255 adalah P(S|0) atau P(S|1) dimana $+126{,}5 < S < +\infty$

Fenomena Bin 0 dan Bin 255 dapat dilihat pada grafik probabilitas untuk PDF0 dan PDF1 seperti pada Gambar IX-4 dibawah ini,



Gambar IX-4: Grafik probabilitas untuk PDF0 dan PDF1

Sehingga P(S|0) dapat dihitung sbb,

$$P(S|0) = \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{erf}\left(\frac{x_2}{\sqrt{2}}\right)\right] - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{erf}\left(\frac{x_1}{\sqrt{2}}\right)\right]$$

Dimana,

$$x_2 = \frac{\left\{\left(\dfrac{(s-128)+0{,}5}{amp}\right)+1\right\}}{N_r}$$

$$x_1 = \frac{\left\{\left(\dfrac{(s-128)-0{,}5}{amp}\right)+1\right\}}{N_r}$$

Dimana,

$$amp = 100, mean = -1, N_r = tegangan\ nois\ relatif$$

Sedangkan,

$$P(S|1) = \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{erf}\left(\frac{y_2}{\sqrt{2}}\right)\right] - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{erf}\left(\frac{y_1}{\sqrt{2}}\right)\right]$$

Dimana,

$$y_2 = \frac{\left\{\left(\dfrac{(s-128)+0{,}5}{amp}\right)-1\right\}}{N_r}$$

$$y_1 = \frac{\left\{\left(\frac{(s-128)-0{,}5}{amp}\right)-1\right\}}{N_r}$$

Dimana,

$$amp = 100, mean = +1, N_r = tegangan\, nois\, relatif$$

Perhatikan Gambar IX-3, setelah melihat parameter *amp* dan *mean*, maka diasumsikan bahwa harga rerata level tegangan pada *sound-card* untuk PDF_0 adalah $\boldsymbol{\mu}_0$=-100, sedangkan untuk PDF_1 adalah $\boldsymbol{\mu}_1$=+100.

s (huruf kecil) = 0 adalah nilai spesial karena menyangkut akumulasi semua harga dibawah harga ini. Dengan kata lain semua harga tail kiri kurva PDF_0 maupun PDF_1 dikaitkan pada s=0. Sehingga,

$$P(s=0|0) = \left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\operatorname{erf}\left(\frac{x_2}{\sqrt{2}}\right)\right]$$

Dimana,

$$x_2 = \frac{\left\{\left(\frac{(0-128)+0{,}5}{amp}\right)+1\right\}}{N_r}$$

dan,

$$P(s=0|1) = \left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\operatorname{erf}\left(\frac{y_2}{\sqrt{2}}\right)\right]$$

dimana,

$$y_2 = \frac{\left\{\left(\frac{(0-128)+0{,}5}{amp}\right)-1\right\}}{N_r}$$

Demikian juga untuk s (huruf kecil) = 255 juga merupakan nilai spesial karena menyangkut akumulasi semua harga diatas harga ini. Dengan kata lain semua harga tail kanan kurva PDF_0 maupun PDF_1 dikaitkan pada s=255. Sehingga,

$$P(s=255|0) = 1-\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\operatorname{erf}\left(\frac{x_2}{\sqrt{2}}\right)\right]$$

dimana,

$$x_2 = \frac{\left\{\left(\frac{(255-128)+0{,}5}{amp}\right)+1\right\}}{N_r}$$

dan,

$$P(s = 255|1) = 1 - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\mathrm{erf}\left(\frac{y_2}{\sqrt{2}}\right)\right]$$

dimana,

$$y_2 = \frac{\left\{\left(\frac{(255 - 128) + 0,5}{amp}\right) - 1\right\}}{N_r}$$

Metrik adalah kebalikan dari probabilitas transisi kanal komunikasi. Jika probailitas transisi adalah ukuran probabilitas kemunculan tegangan sinyal s pada soundcard jika pemancar mengirim digit “0” atau “1”, maka metrik adalah ukuran berapa probablitas kemungkinan menjadi digit “0” atau manjadi digit “1” jika pada *sound-card* terbaca level tegangan s.

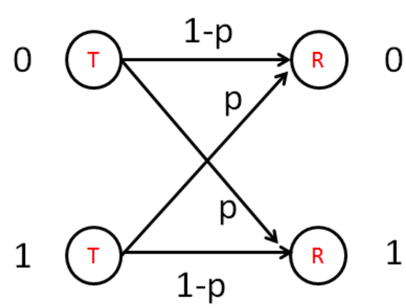
Perhatikan kembali Teorema Bayes sbb,

Jika suatu transmiter membangkitkan digit “0” dan “1” dengan probabilitas pembangkitan “0” adalah Q(0)=q dan probabilitas pembangkitan digit “1” Q(1) = 1-q, dan sinyal-sinyal digit tersebut dilewatkan pada suatu BSC (binary symetric channel), sehingga probabilitas kemunculan digit “1” jika transmiter memancarkan digit “0” P(1|0) sama dengan probabilitas kemunculan digit “0” jika transmiter memancarkan digit “1” P(0|1), adalah p, dan P(0|0)=P(1|1)= 1-p. Secara umum P(k|j) adalah probabilitas diterima k jika dipancarkan j. Maka secara umum teorema Bayes dapat ditulis sbb,

$$P(k|j) = \frac{P(j|k)Q(k)}{P(j|0)Q(0) + P(j|1)Q(1)}$$

$$P(0|1) = \frac{P(1|0)Q(0)}{P(1|0)Q(0) + P(1|1)Q(1)}$$

Gambar IX-4 menunjukkan suatu binary symetric channel (BSC) dengan eror p,



Gambar IX-5: Binary symetric channel

Jika dianggap bahwa Q(0) dan Q(1) adalah probability prior yang diasumsikan $Q(0) = Q(1) = \frac{1}{2}$

maka,

$$P(0|s) = \frac{P(s|0)Q(0)}{P(s)}$$

$$P(0|s) = \frac{P(s|0)Q(0)}{P(s|0)Q(0) + P(s|1)Q(1)}$$

$$P(0|s) = \frac{P(s|0)\frac{1}{2}}{P(s|0)\frac{1}{2} + P(s|1)\frac{1}{2}}$$

$$P(0|s) = \frac{P(s|0)}{P(s|0) + P(s|1)}$$

Demikian juga untuk,

$$P(1|s) = \frac{P(s|1)}{P(s|0) + P(s|1)}$$

Dalam bentuk logaritmik (loglikelihood) dapat ditulis,sbb,

$$\log_2[P(0|s)] = \log_2[P(s|0)] - \log_2[P(s|0) + P(s|1)]$$

dan

$$\log_2[P(1|s)] = \log_2[P(s|1)] - \log_2[P(s|0) + P(s|1)]$$

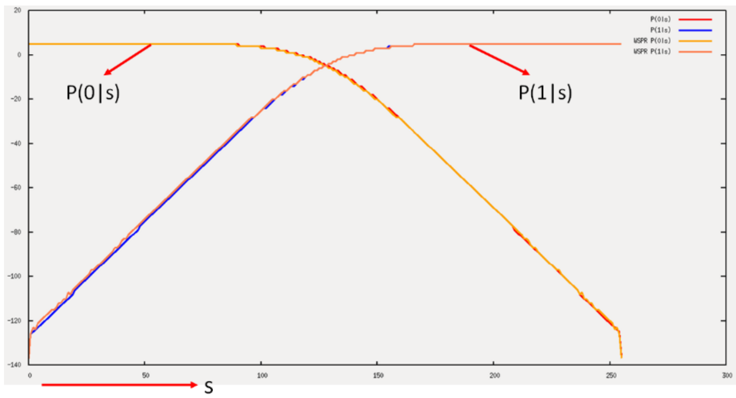
Pada saat implementasi dari rumus diatas terdapat 2 catatan penting yang disampaikan oleh developer program ini:

- Pada saat harga SNR besar, terdapat kemungkinan harga P(s|0) = P(s|1) = 0 atau menjadi sangat kecil sehingga terjadi underflow dan eror saat dikenakan operasi logaritmik. Dalam kondisi seperti ini developer program (Phil Karn - KA9Q, lihat acuan: 20, 21) memutuskan untuk menyamakan harga P(s|0) = P(s|1) = -bias.
- Diketahui bahwa dengan posesor multipurpose harga terkecil dari $\log_2(x) = -32$. Sehingga secara teknis dapat didekati bahwa $\log_2(0) = -33$.

$$metrik[0][s] = P(0|s) = \begin{cases} \log_2\left(\dfrac{2 \times P(s|0)}{P(s|0) + P(s|1)}\right) - bias, & jika\ P(s|0) \neq 0 \\ -33, & jika\ P(s|0) = 0 \end{cases}$$

$$metrik[1][s] = P(1|s) = \begin{cases} \log_2\left(\dfrac{2 \times P(s|1)}{P(s|0) + P(s|1)}\right) - bias, & jika\ P(s|1) \neq 0 \\ -33, & jika\ P(s|1) = 0 \end{cases}$$

Representasi metrik[0][s] dan metrik[1][s] dapat dilihat pada Gambar IX-6 dibawah ini.



Gambar IX-6: Representasi metrik[0[s] dan metrik[1][s]. Grafik ini adalah hasil tumpukan dua grafik yakni dari data metrik yang dibaca dari program aplikasi WSPRD dan metrik yang dibangkitkan berdasarkan simulasi kanal AWGN.

IX.3 LANGKAH PERCOBAAN

1. Siapkan modul Raspberry Pi, nyalakan dan buka satu atau beberapa terminal window.
2. Masuk ke direktori "PRAKTIKUM-META"
   %> cd PRAKTIKUM-META
3. Cari file **metric_tables.c** dari direktori yang pernah dipakai untuk praktikum-praktikum sebelumnya.
4. Kopi file metric_tables.c ke direktori ini.
5. Kopi file wsprd.c dari direktori yang pernah dipakai pada praktikum terdahulu, ke direktori sekarang.
6. Siapkan file **genmet.c** (tanyakan kepada dosen praktikum).
7. Kompilasi program "./genmet.c"
   %> gcc genmet.c -o genmet -lm -Wall
8. Jalankan program "./genmet"
   %> ./genmet \r
9. Amatilah dua window grafik yang muncul.

IX.5 Laporan Praktikum

1. Apakah yang dimaksud dengan fungsi kerapatan probabilitas Gaussian (PDF)

2. Baca dengan seksama alur langkah dari suatu fungsi teoritis "**kerapatan probabilitas Gaussian**" hingga didapat suatu tabel metrik yang imlementatif **metrics[0][s] dan metrics[1][s]**, yang dipakai sebagai basis perhitungan jarak/kemiripan suatu level tegangan input dengan digit "0" atau "1".
3. Tulis kembali alur tersebut sesuai dengan pemahaman Saudara, dengan menyertakan 2 grafik dari program "./genmet".
4. Laporan dikumpulkan sebelum PRAKTIKUM 9 dilaksanakan.